

HS Algorithm, квалификациони део

1. Уколико је збир решења једначине $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ већи од производа тих решења p пута ($p \neq 0$), тада је збир решења једначине $bx^2 - cx + a = 0$, $b \neq 0$ једнак:

А) $\frac{1}{p}$ Б) није могуће одредити В) $-p$ Г) $-\frac{1}{p}$ Н) не знам.

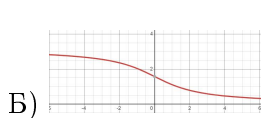
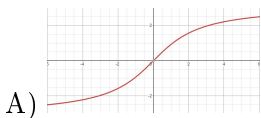
2. На изборе је у једној земљи изашло 60% грађана. За неког кандидата X гласало је $x\%$ изаших грађана. Да је на изборе изашло још 5% укупног броја грађана тако да ниједан од њих није дао глас кандидату X , кандидат X би имао $(x - 2)\%$ освојених гласова. Вредност броја x је?

А) 22 Б) 24 **В) 26** Г) 28 Н) не знам.

3. Ако је $\log_{ab} b = n$, онда је $\log_{ab} \frac{\sqrt[5]{a}}{\sqrt{b}}$ једнако:

А) $\frac{2-5n}{10}$ **Б) $\frac{2-7n}{10}$** В) $\frac{4-5n}{10}$ Г) $\frac{4-7n}{10}$ Н) не знам.

4. График функције $y = 2 \operatorname{arccotg} \left(\frac{x}{2} \right)$ приказан је на слици:



Н) не знам.

5. Нека је P_1 површина троугла одређеног графиком функције $y = kx + n$ и координатним осама, а P_2 површина троугла одређена графиком функције $y = nx + k$ и координатним осама. Уколико је $P_1 P_2^2 = 1$, тада је k^2 једнако

А) 4 Б) 1 В) 8 Г) 3 Н) не знам.

6. Површина фигуре ограничене кривама $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 1$, $y = x$, $y = 2$, $x = 0$ износи:

А) $\frac{8-\pi}{4}$ **Б) $\frac{16-\pi}{8}$** В) $\frac{\pi}{8}$ Г) 2 Н) не знам.

7. Нека је са S_n означен скуп свих природних бројева од 1 до n , а са $|A|$ број елемената коначног скупа A . Уколико је $|\mathcal{P}(S_n)| = 32|S_n|$, тада је број елемената скупа S_n који су узајамно прости са n једнак

А) 8 Б) 7 **В) 4** Г) 10 Н) не знам.

8. Број начина се могу пермутовати слова HS ALGORITHM тако да се на трећем месту налази слово А или слово Н

А) $\frac{5}{2} \cdot 10!$ Б) $3 \cdot 10!$ **В) $\frac{3}{2} \cdot 10!$** Г) $2 \cdot 10!$ Н) не знам.

9. Простих бројева p таквих да су и $p^3 - 10$, $8p^3 - 19$ прости има?

А) 0 **Б) 1** В) 2 Г) 3 Н) не знам.

10. Дат је полиедар у који се може уписати сфера полупречника r . Однос мерних бројева запремине и површине датог полиедра једнак је?

А) $\frac{r}{3}$ Б) $\frac{r}{2}$ В) r Г) $2r$ Н) не знам.

11. Производ свих вредности параметара a за које једначина $x^2 + ax + 6 = 0$ има два различита решења, од којих је једно три пута веће од другог је?

А) -75 Б) -32 В) -27 Г) -9 Н) не знам.

12. Број решења једначине $\sin^2 x + \cos x + 1 = 0$ на интервалу $(0, 4\pi)$ је:

А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4 Н) не знам.

13. Фигура у равни која је у правоуглом Декартовом координатном систему одређена са $x^2 + y^2 \leq 1 + 2|x|$ има површину једнаку

А) $3\pi + 2$ Б) $\frac{10}{3}\pi + \sqrt{3}$ В) $3\pi - 2$ Г) $4\pi - 2$ Н) не знам.

14. Број трочланих подскупова скупа $\{1, \dots, 100\}$ тако да је један елемент аритметичка средина друга два једнак је:

А) 4950 Б) 4900 В) 2450 Г) 1225 Н) не знам.

15. Број решења једначине $2^{\cos 2x} - 3 \cdot 2^{\cos^2 x} + 4 = 0$ која припадају интервалу $[0, 2023\pi]$?

А) 0 Б) 2022 В) 2023 Г) 2024 Н) не знам.

16. Нека је $z \in \mathbb{C}$ комплексан број такав да $z + \frac{1}{z} = 1$. Вредност израза $z^{2023} + \frac{1}{z^{2023}}$ једнака је

А) -2 Б) -1 В) 1 Г) 2 Н) не знам.

17. Остатак при дељењу полинома p полиномом $x^2 - 6x + 8$ је $3x + 10$, док је остатак при дељењу са $x^2 - 11x + 28$ једнак $4x + c$. Ако је остатак при дељењу полинома p са $x^2 - 9x + 14$ једнак $ax + b$ тада је вредност израза $a + b + c$ једнака?

А) $\frac{92}{5}$ Б) $\frac{102}{5}$ В) $\frac{112}{5}$ Г) $\frac{122}{5}$ Н) не знам.

18. Дат је квадрат $ABCD$ странице 1. Тачке M и N су, редом, средишта ивица BC и CD . Дужи AM и BN се секу у тачки P , BN и DM у Q , а DM и AN у R . Површина четвороугла $APQR$ износи?

А) $\frac{1}{4}$ Б) $\frac{1}{3}$ В) $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ Г) $\frac{4}{15}$ Н) не знам.

19. Систем једначина

$$\begin{aligned}x - y &= 2021, \\ [x] + [y] &= 2023,\end{aligned}$$

где је са $[x]$ означен цео део реалног броја x има:

А) 1 решење Б) 2 решења В) бесконачно много решења Г) нема решења Н) не знам.

20. Са колико нула се завршава број $((3!)!)$

А) 144 Б) 178 В) 179 Г) 1006 Н) не знам.